



COMA^{national}
thematics

30 november 2017

Reglement

- De wedstrijdduur bedraagt 2 uur en 30 minuten.
- Na de wedstrijd wordt een rangschikking opgemaakt. De drie hoogst gerangschikte deelnemers binnen categorie winnen respectievelijk 30, 20 en 10 euro prijzengeld.
 - Deelnemers die meer punten scoren komen hoger op de rangschikking dan deelnemers die minder punten scoren.
 - In geval van ex aequo komt/komen de deelnemer(s) die het eerst indiende(n) hoger op de ranglijst.
- Een team telt maximaal 2 personen.
- Per team wordt het gebruik van één en slechts één computer toegestaan. Men kan voor een eigen computer kiezen of voor de aanwezige accommodatie.
- Het gebruik van internet om documentatie of bibliotheken voor programmeertalen af te halen is toegestaan. Ook het raadplegen van encyclopedieën die via internet toegankelijk zijn, of het gebruiken van programmatuur over een netwerk (bvb. middels Athena of sage.ugent.be) is toegestaan.
- Niet toegestaan is elke vorm van communicatie door middel van sms, e-mail, chat, internetfora of welke wijze dan ook.
- Er zijn geen beperkingen op de software die gebruikt mag worden om de vragen op te lossen met dien verstande dat het verbod op communicatie onverminderd gehandhaafd blijft.
- Het gebruik van elektronische toestellen verschillend van de computer of laptop is niet toegestaan.
- Wie regels overtreedt kan door de jury bestraft worden middels verlies van punten of onmiddellijke uitsluiting.
- De jury houdt zich op elk moment het recht voor aanpassingen aan het reglement aan te kondigen; in voorkomend geval worden de deelnemers hierover mondeling en zo snel mogelijk geïnformeerd. Bij discussies houdt de jury het laatste woord.
- De maximum score per vraag wordt bepaald door het aantal punten, weergegeven naast de vraag en het aantal keer er foutief is ingediend. Per foutief ingediend antwoord daalt de te behalen score met 25%.



COMA^{national}
thematics

30 november 2017

Vragen

1 Wederom heeft Toon (on)gelijk

($\sqrt{2}$ punten)

Toon beweert dat er nog nooit tweemaal hetzelfde spel manillen is gespeeld.

Manillen is een kaarspel met vier spelers en 32 kaarten. Elke speler krijgt acht kaarten in zijn hand. Eén voor één legt een speler een kaart neer om de slag te halen. We zeggen dat twee spelletjes hetzelfde zijn als er bij de start exact dezelfde handen in dezelfde volgorde gedeeld werden met eventueel een verschillende beginspeler.

Hoeveel spelletjes moeten er minimaal reeds gespeeld zijn zodat de kans groter is dan 0.1% dat er al minstens tweemaal hetzelfde spel manillen is gespeeld.

Oordeel zelf of de bewering van Toon gestaafd was.

2 Hoezo veel te moeilijk?

($\sqrt{3}$ punten)

Gegeven $f : F^n \rightarrow F^n : f(x_1, \dots, x_n) = (x_2x_3, x_3x_4, \dots, x_nx_1, x_1x_2)$.

Omdat f veel te moeilijk is voor ons, zouden we deze functie graag benaderen door een lineaire afbeelding \hat{f} . Wel eisen we dat $\hat{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ voor bepaalde \mathbf{x} waarden. Naast voor $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ moet ook $\hat{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ voor:

$$\mathbf{x} \in \{(p_{i+1}^i, p_{i+2}^i, \dots, p_{i+n}^i) \mid \forall i \in \{1, \dots, m\}\}$$

met m zo groot mogelijk en p_k het k^{de} priemgetal.

Kies $F = F_{29}$ en $n = 100$, wat is dan de som (in \mathbb{N}) van de coëfficiënten van $\hat{f}(1, 2, \dots, n)$?

3 Bovengemiddeld interessante getallen

($\sqrt{5}$ punten)

We noemen n een bovengemiddeld interessant getal wanneer de volgende waarden gehele getallen zijn:

- het rekenkundig gemiddelde van de delers van $n - 1$
- het harmonisch gemiddelde van de delers van n
- het meetkundig gemiddelde van de delers van $n + 1$

Wat is de som van alle bovengemiddeld interessante getallen kleiner dan 10^{10} ?



COMA International
Mathematics

30 november 2017

4 Wat een mooie functie!

($\sqrt{7}$ punten)

We zijn op zoek naar een functie $y : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ waarvoor het volgende geldt:

- $y(x)$ is continu
- $y(x) = 1$ voor $0 \leq x \leq 1$
- $y^{(R)}(x) = -y(x)s(x) + y^{(L)}(x - 2s(x))$ voor $1 \leq x$
 - met $s(x) = x - \lfloor x \rfloor$
 - met $y^{(R)}(x)$ de rechterafgeleide van y in x
 - met $y^{(L)}(x)$ de linkerafgeleide van y in x

Hoeveel is $y(5)$ (afgerond tot op 4 cijfers na de komma nauwkeurig)?