



COMA computational
thematics

29 november 2018

Reglement

- De wedstrijdduur bedraagt 3 uur.
- Na de wedstrijd wordt een rangschikking opgemaakt. De drie hoogst gerangschikte deelnemers binnen categorie winnen respectievelijk 30, 20 en 10 euro prijzengeld.
 - Deelnemers die meer punten scoren komen hoger op de rangschikking dan deelnemers die minder punten scoren.
 - In geval van ex aequo komt/komen de deelnemer(s) die het eerst indiende(n) hoger op de ranglijst.
- Een team telt maximaal 2 personen.
- Per team wordt het gebruik van één en slechts één computer toegestaan. Men kan voor een eigen computer kiezen of voor de aanwezige accommodatie.
- Het gebruik van internet om documentatie of bibliotheken voor programmeertalen af te halen is toegestaan. Ook het raadplegen van encyclopedieën die via internet toegankelijk zijn, of het gebruiken van programmatuur over een netwerk (bvb. middels Athena of sage.ugent.be) is toegestaan.
- Niet toegestaan is elke vorm van communicatie door middel van sms, e-mail, chat, internetfora of welke wijze dan ook.
- Er zijn geen beperkingen op de software die gebruikt mag worden om de vragen op te lossen met dien verstande dat het verbod op communicatie onverminderd gehandhaafd blijft.
- Het gebruik van elektronische toestellen verschillend van de computer of laptop is niet toegestaan.
- Wie regels overtreedt kan door de jury bestraft worden middels verlies van punten of onmiddellijke uitsluiting.
- De jury houdt zich op elk moment het recht voor aanpassingen aan het reglement aan te kondigen; in voorkomend geval worden de deelnemers hierover mondeling en zo snel mogelijk geïnformeerd. Bij discussies houdt de jury het laatste woord.
- De maximum score per vraag wordt bepaald door het aantal punten, weergegeven naast de vraag en het aantal keer er foutief is ingediend. Per foutief ingediend antwoord daalt de behaalde score met 25%.



Vragen

1 Gebroken kettingwortelen

($\sqrt{3}$ punten)

Bepaal de waarde van

$$\sqrt{1} + \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{37}}{\cdots + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{38} + \sqrt{1}}}}$$

2 Tot zeven maal zeventig maal

($\sqrt{4}$ punten)

Noteren we de machtsverheffing met de infixnotatie $a^n = a \uparrow n$, dan kunnen we de operatie ‘tetratie’ definiëren als

$$a \uparrow\uparrow n := \underbrace{a \uparrow a \uparrow \cdots \uparrow a}_{n \text{ keer}}$$

uitgewerkt van rechts naar links. (Machtsverheffing is niet associatief!) In de volgende stap bekomen we de operatie ‘pentatie’, waar we opnieuw van rechts naar links uitwerken:

$$a \uparrow\uparrow\uparrow n := \underbrace{a \uparrow\uparrow a \uparrow\uparrow \cdots \uparrow\uparrow a}_{n \text{ keer}}$$

Wat zijn de laatste 100 decimale cijfers van $7 \uparrow\uparrow\uparrow 3$?

3 lacsap nav keoheirD

($\sqrt{5}$ punten)

Een gelijkzijdige driehoek gevuld met natuurlijke getallen (zoals in opgave 5) noemen we *goed* indien elk getal gelijk is aan de absolute waarde van het verschil van de twee getallen eronder. Dit is bijvoorbeeld een goede driehoek met 3 lagen en top-getal 3:

$$\begin{array}{ccc} & 3 & \\ 1 & & 4 \\ 5 & 6 & 2 \end{array}$$

Bepaal de som van de top-getallen van alle goede driehoeken met exact 7 lagen, bestaande uit een subset van grootte 28 uit de verzameling $\{1, \dots, 33\}$.



4 Still a better lovestory than twilight

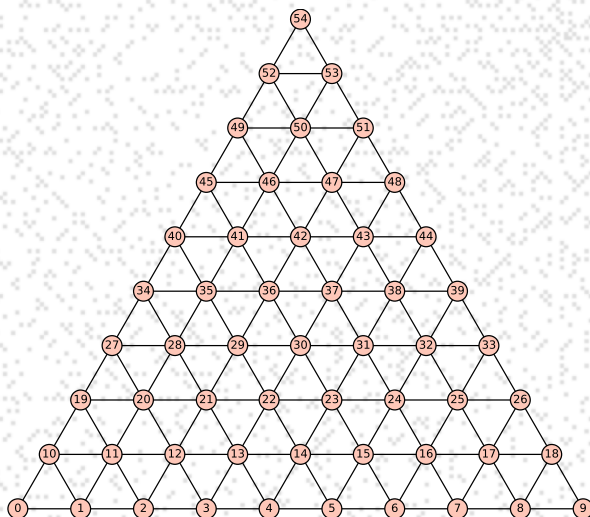
($\sqrt{6}$ punten)

Pluto (straal 1188km, massa 1.302×10^{22}) en Charon (straal 606km, massa 1.6×10^{21}) draaien vrolijk rond elkaar op een afstand van 19570km (middelpunt tot middelpunt). Op een dag besluiten ze te stoppen met draaien, waardoor ze recht naar elkaar toe beginnen te vallen. Hoeveel minuten zal het duren voor hun aantrekkingskracht hen fataal wordt? Met andere woorden, na hoeveel minuten zullen ze botsen? Rond af naar de dichtstbijzijnde minuut.

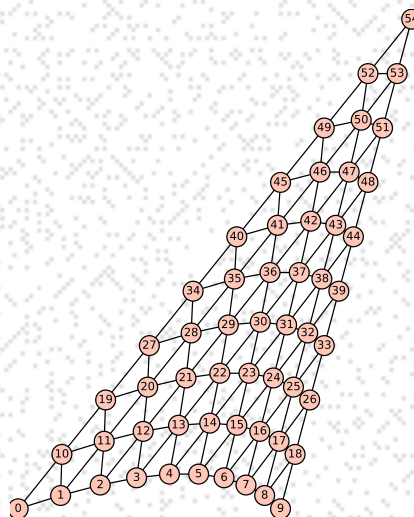
5 In de hoekjes liggen de koekjes

($\sqrt{7}$ punten)

Onderstaande figuur is opgebouwd uit een hoop kleine driehoekjes. Al deze driehoekjes zijn gelijkzijdig, dus ze hebben allemaal 3 hoeken van 60 graden. Het punt 0 heeft als coördinaten (0, 0), en het punt 1 heeft als coördinaten (1, 0). Dit is voldoende informatie om de coördinaten van alle punten terug te vinden.



Startdriehoek



Na transformatie

Na het toepassen van een geheime transformatie op de punten, krijgen we een vervormde driehoek. De hoeken van de kleine driehoekjes zijn nu duidelijk geen 60 graden meer. Wat ze wel zijn is te vinden in het bestand `hoekjes.txt`. Voor elk klein driehoekje is er een regel. De eerste 3 getallen van die regel zijn de labels van de hoekpunten van het driehoekje,



COMA Computational Mathematics

29 november 2018

en de volgende 3 getallen zijn de hoeken van het driehoekje in radialen. De hoeken staan in dezelfde volgorde als de labels. (de eerste hoek hoort bij het eerste punt etc). Ook interessant om te weten is dat de hoekjes in tegenwijzerzin worden gegeven.

Stel dat de punten 0 en 1 hun coördinaten behouden bij het toepassen van de transformatie, wat is dan de lengte van de kortste zijde van deze vervormde driehoek?

6 Russische Roulette

($\sqrt{8}$ punten)

In een casino biedt men het volgende spelletje aan: blijf een munt tossen tot het voor het eerst kop is. Het casino betaalt je daarna $\text{€}2^{k-1}$, met k het aantal keer dat je munt gooide, of €0 als je meteen kop gooide. (Dus als je bij je vijfde worp kop gooit krijg je €8.) Het casino vraagt €10 000 om dit spelletje de hele avond te mogen spelen. Hoeveel spelletjes verwacht je zo te moeten spelen vooraleer je dit bedrag hebt terugverdiend?